Львівський державний університет
безпеки життєдіяльності

КАФЕДРА ПРИКЛАДНОЇ МАТЕМАТИКИ І МЕХАНІКИ

Карабин О.О., Чмир О.Ю., Стасюк М. Ф.

ТЕОРІЯ ЙМОВІРНОСТЕЙ ТА МАТЕМАТИЧНА СТАТИСТИКА

Методичні вказівки та завдання
для виконання контрольної роботи
слухачами I - го курсу
заочної форми навчання
напряму підготовки 6.030103
«Практична психологія»

ЛЬВІВ - 2014

Карабин О.О., Чмир О.Ю., СтасюкМ. Ф.

Теорія ймовірностей та математична статистика

Методичні вказівки та завдання для виконання контрольної роботи слухачами заочної форми навчання напряму підготовки «Практична психологія»

Рецензент Чуйко Г.І. - канд. фіз.-мат. наук, доцент кафедри математичного і функціонального аналізу Львівського національного університету ім. Івана Франка.

Затверджено на засіданні кафедри прикладної математики і механіки Львівського державного університету безпеки життєдіяльності,
протокол № від 20 р.

Теорія ймовірностей та математична статистика – це самостійні математичні науки, які є теоретичною основою викладання багатьох технічних, економічних та соціологічних наук.

На перший погляд психологія, як наука про людину, і математика – речі не поєднувані. Проте математична статистика, як розділ математики, своєму розвитку значно завдячує психології. Саме для потреб психології Ф. Гальтон розробив початкові ідеї теорії кореляції та регресійного аналізу, Ч. Спірмен – рангову кореляцію й однофакторний аналіз, Л. Терстон – основи мультифакторного аналізу. Відповідно, розвиток статистичних методів розширив можливості психологічних досліджень та підвищив надійність їхніх результатів.

Однак математична статистика – це все - таки одна з галузей математичної науки, і тому вона послуговується характерною термінологією, використовує математичні методи досліджень, вивчення яких потребує базових математичних знань.

Основою математичної статистики є теорія ймовірностей. Тому вивчення математичних методів в психології слід почати з їх основ – теорії ймовірностей.

Контрольна робота з теорії ймовірностей складається з 9 задач, які охоплюють основні розділи дисципліни.

Кожен слухач отримує окремий варіант контрольної роботи, яку виконує акуратно, з детальними поясненнями та рисунками, в окремому зошиті. Варіант завдання відповідає порядковому номеру слухача в журналі групи.

Зразок розв'язування задач типового варіанту.

Задача 1.

На підприємстві працюють 10 інженерів і 5 офіцерів пожежно-рятувальної служби. Керівник підприємства вирішив сформувати робочу групу з 5 осіб для виконання спеціального завдання. Яка ймовірність події A – вибрана навмання група з 5 осіб налічує 3 інженери і 2 офіцери пожежно-рятувальної служби?

Розв'язання.

Ймовірність події A визначається формулою :

$$P(A) = \frac{m}{n}, \tag{1}$$

де n – число усіх елементарних подій даного випробування, а m – число сприятливих елементарних подій цього випробування. В запропонованій для розв'язання задачі числа n та m визначаються наступними формулами:

$$n = C_{15}^{5} = \frac{15!}{5! \cdot (15-5)!} = \frac{15!}{5! \cdot 10!} = \frac{10! \cdot 11 \cdot 12 \cdot 13 \cdot 14 \cdot 15}{5! \cdot 10!} = 3003,$$

$$m = C_{10}^{3} \cdot C_{5}^{2} = \frac{10!}{3! \cdot 7!} \cdot \frac{5!}{2! \cdot 7!} = \frac{7! \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10 \cdot 5!}{3! \cdot 7! \cdot 2! \cdot 5! \cdot 6 \cdot 7} = 1200,$$

де C_k^l – число комбінацій з k елементів по l елементів ($l \le k$). Отже, використовуючи (1), одержуємо $P(A) = \dfrac{1200}{3003} \approx 0,3996.$

Задача 2.

Оператор обслуговує три пульти, що працюють незалежно один від одного. Ймовірність того, що протягом однієї години не потребуватиме уваги оператора перший пульт, дорівнює 0,9, другий – 0,8, третій – 0,85. Знайти ймовірності того, що протягом однієї години:

а) уваги оператора вимагатиме тільки один пульт;

б) уваги оператора вимагатимуть тільки два пульти;

в) уваги оператора вимагатиме хоча б один пульт;

г) уваги оператора вимагатимуть всі пульти.

Розв'язання.

Розглянемо наступні події:

A_1 – перший пульт не потребує уваги оператора,

A_2 – другий пульт не потребує уваги оператора,

A_3 – третій пульт не потребує уваги оператора

та протилежні до них події $\overline{A_1}$, $\overline{A_2}$, $\overline{A_3}$. Ймовірності цих подій відповідно дорівнюють:

$$P(A_1) = 0,9, \quad P(A_2) = 0,8, \quad P(A_3) = 0,85,$$

$$P(\overline{A_1}) = 0,1, \quad P(\overline{A_2}) = 0,2, \quad P(\overline{A_3}) = 0,15.$$

а) опишемо подію B – уваги вимагає тільки один пульт:

$$B = A_1 A_2 \overline{A_3} + A_1 \overline{A_2} A_3 + \overline{A_1} A_2 A_3 .$$

Оскільки подія B є сумою несумісних подій, а кожний доданок є добутком незалежних подій, то

$$P(B) = P(A_1)P(A_2)P(\overline{A_3}) + P(A_1)P(\overline{A_2})P(A_3) +$$
$$+P(\overline{A_1})P(A_2)P(A_3) = 0,9 \cdot 0,8 \cdot 0,15 + 0,9 \cdot 0,2 \cdot 0,85 +$$
$$+0,1 \cdot 0,8 \cdot 0,85 = 0,329;$$

б) нехай подія C полягає в тому, що тільки два пульти вимагатимуть уваги оператора. Тоді

$$C = A_1 \overline{A_2}\,\overline{A_3} + \overline{A_1} A_2 \overline{A_3} + \overline{A_1}\,\overline{A_2} A_3$$

і

$$P(C) = P(A_1)P(\overline{A_2})P(\overline{A_3}) + P(\overline{A_1})P(A_2)P(\overline{A_3}) +$$
$$+P(\overline{A_1})P(\overline{A_2})P(A_3) = 0,9 \cdot 0,2 \cdot 0,15 + 0,1 \cdot 0,8 \cdot 0,15 +$$
$$+0,1 \cdot 0,2 \cdot 0,85 = 0,056;$$

в) нехай подія D полягає в тому, що хоча б один пульт вимагатиме уваги оператора. Тоді $\overline{D} = A_1 A_2 A_3$ і

$$P(D)=1-P(A_1)P(A_2)P(A_3)=1-0,9\cdot 0,8\cdot 0,85=0,388;$$

г) через E позначимо подію – всі пульти вимагатимуть уваги оператора. Тоді $E=\overline{A_1}\,\overline{A_2}\,\overline{A_3}$ і

$$P(E)=P(\overline{A_1})P\left(\overline{A_2}\right)P\left(\overline{A_3}\right)=0,1\cdot 0,2\cdot 0,15=0,003.$$

Задача 3.

В крамниці реалізується продукція трьох фірм в такому співвідношенні: частка 1-ої фірми становить 50%, 2-ої – 30%, 3-ої – 20%. Брак продукції кожної з фірм становить відповідно: для продукції 1-ої фірми – 2%, для 2-ої – 3%, для 3-ої – 5%. Знайти:

а) ймовірність того, що навмання придбана в крамниці одиниця продукції є якісна;

б) ймовірність того, що придбана в крамниці якісна продукція виготовлена на 2-ій фірмі.

Розв'язання.

а) використаємо формулу повної ймовірності:

$$P(A)=\sum_{i=1}^{n}P\left(H_i\right)P\left(A/H_i\right), \qquad (2)$$

де $H_1,H_2,...,H_n$ – гіпотези і подія A може відбутися за умови появи однієї, і тільки однієї з гіпотез H_i, $i=1,2,...,n$.

Опишемо гіпотези даної задачі:

H_1 – придбана в крамниці продукція виготовлена на 1-ій фірмі;

H_2 – придбана в крамниці продукція виготовлена на 2-ій фірмі;

H_3 – придбана в крамниці продукція виготовлена на 3-ій фірмі;

Знайдемо ймовірності гіпотез:

$$P(H_1)=0,5; \quad P(H_2)=0,3; \quad P(H_3)=0,2,$$

а також умовні ймовірності події A:

$$P\left(A/H_1\right)=1-0,02=0,98; \quad P\left(A/H_2\right)=1-0,03=0,97;$$

$$P\left(A/H_3\right)=1-0,05=0,95.$$

Тоді за формулою (2) отримуємо:

$$P(A) = 0,5 \cdot 0,98 + 0,3 \cdot 0,97 + 0,2 \cdot 0,95 = 0,971;$$

б) використаємо формулу Байєса :

$$P(H_2 / A) = \frac{P(H_2) \cdot P(A / H_2)}{\sum_{i=1}^{n} P(H_i) \cdot P(A / H_i)}. \qquad (3)$$

За формулою (3) маємо:

$$P(H_2 / A) = \frac{0,3 \cdot 0,97}{0,5 \cdot 0,98 + 0,3 \cdot 0,97 + 0,2 \cdot 0,95} \approx 0,2997.$$

Задача 4.

Тест складається з 10 запитань. Імовірність дати правильну відповідь на кожне запитання тесту для становить $0,8$. Знайти ймовірність того , що:

а) дві відповіді неправильні;

б) хоча б одна відповідь неправильна;

в) неправильних відповідей є не менше двох.

Розв'язання.

Нехай подія A полягає в тому, що відповідь на запитання є неправильною. Використаємо формулу Бернуллі :

$$P_n(k) = C_n^k p^k q^{n-k}, \qquad (4)$$

де $p = P(A) = 1 - 0,8 = 0,2$, $q = 0,8$. Тоді з (4) матимемо:

а) $P_{10}(2) = C_{10}^2 \cdot p^2 \cdot q^8 = C_{10}^2 \cdot 0,2^2 \cdot 0,8^8 \approx 0,302$;

б) $P(1 < k \le 10) = 1 - P_{10}(0) = 1 - C_{10}^0 \cdot 0,2^0 \cdot 0,8^{10} \approx 0,893$;

в) $P_{10}(2 \le k \le 10) = 1 - (P_{10}(0) + P_{10}(1)) =$

$= 1 - (C_{10}^0 \cdot 0,2^0 \cdot 0,8^{10} + C_{10}^1 \cdot 0,2^1 \cdot 0,8^9) \approx 0,624$.

Задача 5.

Ймовірність появи події A в кожному з 400 незалежних дослідів дорівнює 0,65. Визначити:

а) найбільш ймовірне число появи події *А*;
б) ймовірність того, що подія *А* з'явиться 250 разів;
в) ймовірність того, що подія *А* з'явиться не менше ніж 255 і не більше ніж 270 разів;
г) ймовірність того, що подія *А* з'явиться не більше ніж 240 разів.

Розв'язання.

а) найбільш ймовірне число μ появи події *А* обчислюється за формулою

$$np - q \le \mu \le np + p, \tag{5}$$

де n – загальна кількість незалежних дослідів, p – ймовірність появи події *А*, $q = 1 - p$.

За умовою задачі $n = 400$, $p = 0,65$, $q = 1 - 0,65 = 0,35$. Тоді

$$np - q = 400 \cdot 0,65 - 0,35 = 259,65;$$

$$np + p = 400 \cdot 0,65 + 0,65 = 260,65.$$

Таким чином, найбільш ймовірне число μ появи події *А* є або 260, або 261.

б) для знаходження імовірності скористаємось *локальною теоремою Лапласа* :

$$P_n(k) \approx \frac{1}{\sqrt{npq}} \cdot \varphi(x), \tag{6}$$

де

$$x = \frac{k - np}{\sqrt{npq}}, \quad \varphi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}},$$

$\varphi(x)$ – табульована функція Гаусса (див табл.1, додатку). За умовою задачі та за формулою (6) маємо:

$n = 400$, $p = 0,65$, $q = 1 - 0,65 = 0,35$, $npq = 400 \cdot 0,65 \cdot 0,35 = 91$,

$$x = \frac{250 - 260}{\sqrt{91}} \approx -1,05, \ \varphi(-1,05) = \varphi(1,05) = 0,2299,$$

$$P_{400}\left(250\right) \approx \frac{1}{9,539}\cdot 0,2299 \approx 0,024;$$

в) використаємо *інтегральну теорему Лапласа* :

$$P_n\left(k_1 \le k \le k_2\right) \approx \Phi\left(x_2\right) - \Phi\left(x_1\right), \tag{7}$$

де

$$x_1 = \frac{k_1 - np}{\sqrt{npq}},\ x_2 = \frac{k_2 - np}{\sqrt{npq}},\ \Phi\left(x\right) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_0^x e^{-\frac{t^2}{2}}dt \tag{8}$$

а $\Phi\left(x\right)$ – табульована функція Лапласа (див. табл. 2 додатку). Обрахувавши

$$x_1 = \frac{255-260}{9,539} \approx -0,52, \qquad x_2 = \frac{270-260}{9,539} \approx 1,05,$$

за формулами (7) та (8) знайдемо:

$$P_{400}\left(255 \le k \le 270\right) = \Phi\left(1,05\right) - \Phi\left(-0,52\right) = \Phi\left(1,05\right) + \Phi\left(0,52\right) =$$

$$= 0,3531 + 0,1985 = 0,5516;$$

г) Використаємо формулу (7), тоді матимемо:

$$x_1 = \frac{0-260}{9,539} \approx -27,26, \qquad x_2 = \frac{240-260}{9,539} \approx -2,1;$$

$$P_{400}\left(k \le 240\right) = \Phi\left(-2,1\right) - \Phi\left(-27,26\right) = -\Phi\left(2,1\right) + \Phi\left(27,26\right) =$$

$$= -0,4821 + 0,5 = 0,0179.$$

Задача 6.

Зі скриньки, в якій є 3 сині і 1 біла кульки, навмання виймають по одній кульці, не повертаючи їх назад у скриньку. Знайти:

а) закон розподілу дискретної випадкової величини X – найменшої кількості вийнятих кульок, серед яких буде одна біла;

б) знайти функцію розподілу $F(x)$ та побудувати її графік;

в) знайти числові характеристики дискретної випадкової величини X (математичне сподівання $M(X)$, дисперсію $D(X)$ та середнє квадратичне відхилення $\sigma(X)$).

Розв'язання.

а) випадкова величина X може набувати значень:

$x_1 = 1$ (біла кулька вийнята першою),

$x_2 = 2$ (перша кулька – синя, а друга – біла),

$x_3 = 3$ (перші дві кульки – сині, а третя – біла),

$x_4 = 4$ (перші три кульки – сині, а четверта – біла).

Ймовірності, з якими випадкова величина X набуває значень $x_i = i$, $i = 1, 2, 3, 4$, знайдемо, скориставшись теоремою множення ймовірностей залежних подій:

$P(X=1) = \frac{1}{4}$, $P(X=2) = \frac{3}{4}\cdot\frac{1}{3} = \frac{1}{4}$, $P(X=3) = \frac{3}{4}\cdot\frac{2}{3}\cdot\frac{1}{2} = \frac{1}{4}$,

$P(X=4) = \frac{3}{4}\cdot\frac{2}{3}\cdot\frac{1}{2}\cdot 1 = \frac{1}{4}$.

Запишемо закон розподілу дискретної випадкової величини X у формі таблиці:

Таблиця 1

X	1	2	3	4
p	0,25	0,25	0,25	0,25

б) за цим законом розподілу побудуємо функцію розподілу

$$F(x) = P(X < x). \qquad (9)$$

Якщо $x \le 1$, то $F(x) = P(X < x) = 0$.

Якщо $1 < x \le 2$, то $F(x) = P(X < x) = P(X = 1) = 0,25$.

Якщо $2 < x \le 3$, то $F(x) = P(X < x) = P(X = 1) + P(X = 2) =$
$= 0,25 + 0,25 = 0,5$.

Якщо $3 < x \le 4$, то $F(x) = P(X < x) = P(X = 1) + P(X = 2) +$

$+P\left(X=3\right)=0,25+0,25+0,25=0,75.$

Якщо $x>4$, то $F\left(x\right)=P\left(X<x\right)=P\left(X\leq 4\right)=1.$

Отже, за формулою (9)

$$F\left(x\right)=\begin{cases}0, & x\leq 1,\\ 0,25, & 1<x\leq 2,\\ 0,5, & 2<x\leq 3,\\ 0,75, & 3<x\leq 4,\\ 1 & x>4.\end{cases}$$

Функція $F\left(x\right)$ – неперервна ліворуч, її графік зображений на рис.1.

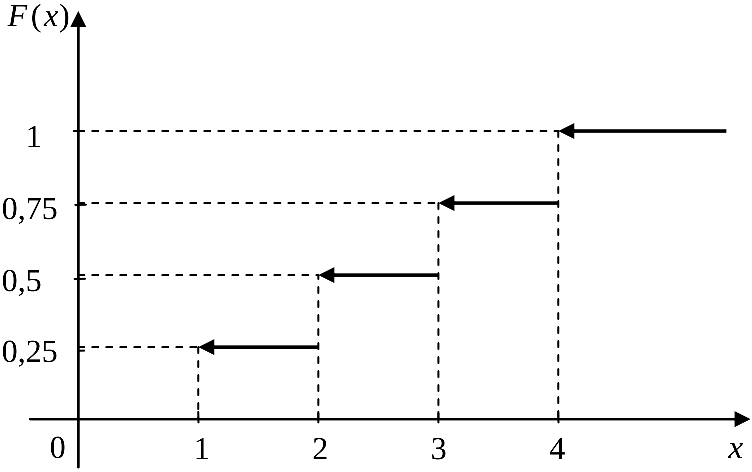

Рис. 1.

в) знайдемо числові характеристики випадкової величини X:

$M(X)=1\cdot 0,25+2\cdot 0,25+3\cdot 0,25+4\cdot 0,25=2,5;$

$D(X)=1^2\cdot 0,25+2^2\cdot 0,25+3^2\cdot 0,25+4^2\cdot 0,25-\left(2,5\right)^2=1,25$;

$\sigma(X)=\sqrt{D(X)}\approx 1,118.$

Задача 7.

Неперервна випадкова величина X задана функцією розподілу $F(x)$:

$$F(x)=\begin{cases} 0, & x\le \dfrac{3\pi}{2}, \\ 2a(1+\sin x), & \dfrac{3\pi}{2}<x\le 2\pi, \\ 1, & x>2\pi. \end{cases}$$

Потрібно:

а) визначити параметр a та знайти функцію густини (щільності розподілу) $f(x)$;

б) знайти математичне сподівання $M(X)$, дисперсію $D(X)$ та середнє квадратичне відхилення $\sigma(X)$ випадкової величини X;

в) побудувати графіки функцій розподілу $F(x)$ та густини $f(x)$.

Розв’язання.

а) використовуючи означення, знайдемо спочатку функцію густини $f(x)$:

$$f(x)=F'(x)=\begin{cases} 0, & x\le \dfrac{3\pi}{2}, \\ 2a\cos x, & \dfrac{3\pi}{2}<x\le 2\pi, \\ 0, & x>2\pi. \end{cases}$$

Використовуючи властивість функції густини

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x)\,dx=1, \tag{10}$$

знайдемо параметр a. За формулою (10)

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x)\,dx = 2a\int_{\frac{3\pi}{2}}^{2\pi}\cos x\,dx = 2a\sin x\Big|_{\frac{3\pi}{2}}^{2\pi} = 2a\left(\sin 2\pi - \sin\frac{3\pi}{2}\right) = 2a = 1.$$

Отже, $a = \dfrac{1}{2}$.

б) математичне сподівання випадкової величини X знайдемо за формулою:

$$M(X) = \int_{-\infty}^{\infty} x\cdot f(x)\,dx. \qquad (11)$$

Підставляємо дані задачі в формулу (11)

$$M(x) = \int_{\frac{3\pi}{2}}^{2\pi} x\cdot\cos x\,dx = \begin{vmatrix} u = x, & du = dx, \\ dv = \cos x dx, & v = \sin x \end{vmatrix} = x\cdot\sin x\Big|_{\frac{3\pi}{2}}^{2\pi} -$$

$$-\int_{\frac{3\pi}{2}}^{2\pi}\sin x dx = \frac{3\pi}{2} + \cos x\Big|_{\frac{3\pi}{2}}^{2\pi} = \frac{3\pi}{2} + 1 \approx 5{,}712.$$

Дисперсію випадкової величини X знайдемо за формулою:

$$D(X) = \int_{-\infty}^{\infty} x^2 f(x)\,dx - (M(X))^2. \qquad (12)$$

Підставляємо в (12) дані задачі:

$$D(X) = \int_{\frac{3\pi}{2}}^{2\pi} x^2\cos x dx - \left(\frac{3\pi}{2} + 1\right)^2 = \begin{vmatrix} u = x^2, & du = 2x dx, \\ dv = \cos x dx, & v = \sin x \end{vmatrix} =$$

$$= x^2\sin x\Big|_{\frac{3\pi}{2}}^{2\pi} - 2\int_{\frac{3\pi}{2}}^{2\pi} x\sin x dx - \left(\frac{3\pi}{2} + 1\right)^2 = \begin{vmatrix} u = x, & du = dx, \\ dv = \sin x dx, & v = -\cos x \end{vmatrix} =$$

$$= \frac{9\pi^2}{4} - 2\left(-x\cos x\Big|_{\frac{3\pi}{2}}^{2\pi} + \int_{\frac{3\pi}{2}}^{2\pi}\cos x dx\right) - \left(\frac{3\pi}{2} + 1\right)^2 = \frac{9\pi^2}{4} + 4\pi -$$

$$-2\sin x\Big|_{\frac{3\pi}{2}}^{2\pi}-\left(\frac{3\pi}{2}+1\right)^2=\frac{9\pi^2}{4}+4\pi-2-\frac{9\pi^2}{4}-3\pi-1=\pi-3\approx 0{,}142.$$

Середнє квадратичне відхилення $\sigma(X)$ дорівнює:

$\sigma(X)=\sqrt{D(X)}\approx\sqrt{0{,}142}\approx 0{,}377.$

в) графіки функцій $F\quad x$ та $f\quad x$ зображені на рисунках 2, 3.

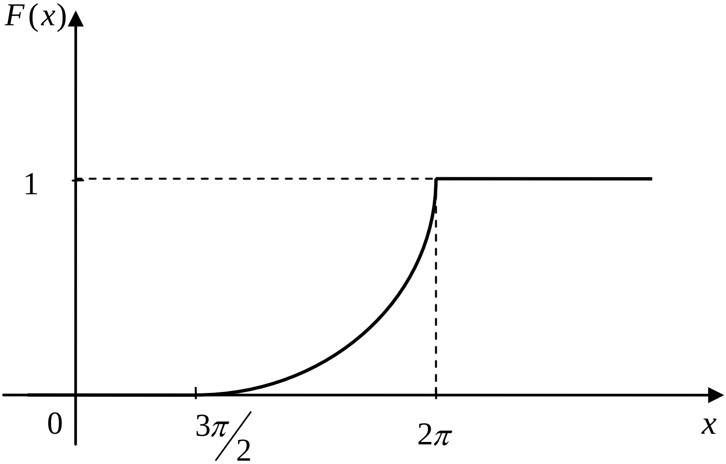

Рис. 2.

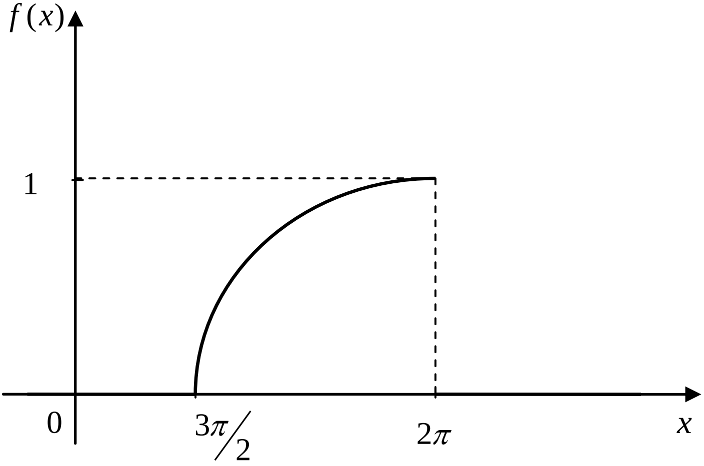

Рис. 3.

Задача 8.

Неперервна випадкова величина X розподілена за нормальним законом із параметрами $a=4$ і $\sigma=1,5$. Обчислити ймовірності:

а) $P(-2<X<7)$;

б) $P(|X-4|<0,3)$;

в) написати аналітичний вираз для функції густини розподілу.

Розв'язання.

а) за формулою

$$P(\alpha<X<\beta)=\Phi\left(\frac{\beta-a}{\sigma}\right)-\Phi\left(\frac{\alpha-a}{\sigma}\right), \qquad (13)$$

де функція $\Phi(x)$ визначена в (8), маємо:

$$P(-2 < X < 7) = \Phi\left(\frac{7-4}{1,5}\right) - \Phi\left(\frac{-2-4}{1,5}\right) = \Phi(2) - \Phi(-4) =$$

$$= \Phi(2) + \Phi(4) = 0,4772 + 0,5 = 0,9772.$$

За формулою [1 – 5]:

$$P(|X-a| < \varepsilon) = 2\Phi\left(\frac{\varepsilon}{\sigma}\right)$$

обчислюємо:

$$P(|X-4| < 0,3) = 2\Phi\left(\frac{0,3}{1,5}\right) = 2\Phi(0,2) = 2 \cdot 0,0793 = 0,1586;$$

в) функція густини розподілу має вигляд

$$f(x) = \frac{1}{1,5\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-4)^2}{4,5}}.$$

Задача 9.

Заданий закон розподілу ймовірностей дискретної двовимірної випадкової величини.

Таблиця 2

$Y = y_j$ \ $X = x_i$	-2	4	6
3	0,17	0,22	0,21
5	0,03	0,18	0,19

Знайти:

а) розподіли складових X і Y та числові характеристики складових X і Y: $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(X)$, $M(Y)$, $D(Y)$, $\sigma(Y)$;

б) умовний закон розподілу складової X за умови, що складова Y набула значення y_1;

в) умовний закон складової Y за умови, що складова X набула значення x_2;

г) $M(X / Y = y_1)$ – умовне математичне сподівання та складової X за умови $Y = y_1$;

д) $M(Y / X = x_2)$ – умовне математичне сподівання складової Y за умови $X = x_2$;

е) кореляційний момент K_{xy};

є) коефіцієнт кореляції r_{xy};

ж) встановити, чи залежні складові *X*, *Y*.

Розв'язання.

а) закони розподілу складових *X*, *Y* можна подати у вигляді таблиць [1 – 5]:

Таблиця 3

$X = x_i$	-2	4	6
$p(x_i)$	0,2 = 0,17+0,03	0,4 = 0,22+0,18	0,4 = 0,21+0,19

Таблиця 4

$Y = y_j$	3	5
$p(y_j)$	0,6 = 0,17+0,22+0,21	0,4 = 0,03+0,18+0,19

Цими таблицями (табл. 3, 4) можна доповнити таблицю 2, яка задає закон розподілу двовимірної випадкової величини. Тоді таблиця 2 набуває вигляду:

Таблиця 5

$X = x_i$ / $Y = y_j$	-2	4	6	$p(y_j)$
3	0,17	0,22	0,21	0,6
5	0,03	0,18	0,19	0,4
$p(x_i)$	0,2	0,4	0,4	1

Обчислимо числові характеристики складової *X*:

$$M(X)=\sum_{i=1}^{3} x_i \cdot p(x_i) = -2\cdot 0,2 + 4\cdot 0,4 + 6\cdot 0,4 =$$
$$= -0,4 + 1,6 + 2,4 = 3,6;$$

Обчислимо $M(X^2)$:

$$M(X^2)=\sum_{i=1}^{3} x_i^2 \cdot p(x_i) = \ -2\ ^2 \cdot 0,2 + 4^2\cdot 0,4 + 6^2\cdot 0,4 =$$
$$= 0,8 + 6,4 + 14,4 = 21,6;$$

Тоді

$$D(X) = M(X^2) - M^2(X) = 21,6 - 3,6^2 = 21,6 - 12,96 = 8,64;$$
$$\sigma(X) = \sqrt{8,64} \approx 2,939.$$

Обчислимо числові характеристики складової *Y*:

$$M(Y)=\sum_{j=1}^{2} y_j \cdot p(y_j) = 3\cdot 0,6 + 5\cdot 0,4 + = 5,4 + 10 = 3,8;$$

Обчислимо $M(Y^2)$:

$$M(Y^2)=\sum_{j=1}^{2} y_j^2 \cdot p(y_j) = 3^2\cdot 0,6 + 5^2\cdot 0,4 = 5,4 + 10 = 15,4;$$

Тоді

$$D(Y) = M(Y^2) - M^2(Y) = 15,4 - 3,8^2 = 15,4 - 14,44 = 0,96;$$
$$\sigma(X) = \sqrt{0,96} \approx 0,9798.$$

б) умовний закон розподілу складової *X* за умови, що складова *Y* набула значення y_1 подамо у вигляді таблиці 6:

Таблиця 6

$X = x_i$	-2	4	6
$p(X / Y = y_1)$	$\frac{0,17}{0,6} \approx 0,283$	$\frac{0,22}{0,6} \approx 0,366$	$\frac{0,21}{0,6} = 0,35$

в) умовний закон складової *Y* за умови, що складова *X* набула значення x_2 можна задати таблицею 7:

Таблиця 7

$Y = y_j$	3	5
$p(Y / X = x_2)$	$\frac{0,22}{0,4} = 0,55$	$\frac{0,18}{0,4} = 0,45$

г) знайдемо умовне математичне сподівання $M(X / Y = y_1)$:

$$M(X / Y = y_1) = -2 \cdot \frac{0,17}{0,6} + 4 \cdot \frac{0,22}{0,6} + 6 \cdot \frac{0,21}{0,6} = 3.$$

д) знайдемо умовне математичне сподівання $M(Y / X = x_2)$:

$$M(Y / X = x_2) = 3 \cdot \frac{0,22}{0,4} + 5 \cdot \frac{0.18}{0.4} = 3,9.$$

е) обчислимо кореляційний момент K_{xy} випадкової величини, заданої таблицею 2 за формулою

$$K_{xy} = M(X \cdot Y) - M(X) \cdot M(Y), \qquad (14)$$

де $M(X \cdot Y) = \sum_{i=1}^{3} \sum_{j=1}^{2} x_i \cdot y_j \cdot p(x_i, y_j)$, $p(x_i, y_j) = P(X = x_i, Y = y_j)$.

Тоді за (14) маємо

$$K_{xy} = (-2 \cdot 0,17 + 4 \cdot 0,22 + 6 \cdot 0,21) \cdot 3 + (-2 \cdot 0,03 + 4 \cdot 0,18 +$$
$$+6 \cdot 0,19) \cdot 5 - 3,6 \cdot 3,8 = 0,72.$$

є) обчислимо коефіцієнт кореляції r_{xy} випадкової величини, заданої таблицею 2 за формулою

$$r_{xy} = \frac{K_{xy}}{\sigma(X) \cdot \sigma(Y)}. \qquad (15)$$

Тоді за (15)

$$r_{xy} = \frac{K_{xy}}{\sigma\ X\ \cdot \sigma\ Y} \approx \frac{0,72}{2,939 \cdot 0,9798} \approx 0,25.$$

ж) аналізуючи числове значення коефіцієнта кореляції r_{xy}, робимо висновок, що випадкові складові X і Y двовимірної випадкової величини, заданої таблицею 2, «слабо» лінійно корельовані.

Завдання.

Задача 1.

Анкетування проведено серед m осіб, з яких n осіб є студентами. Навмання вибрано k анкет. Яка ймовірність того, що серед взятих анкет буде l анкет, заповнених студентами?

1.1. $m = 15, \quad n = 10, \quad k = 5, \quad l = 3.$

1.2. $m = 12, \quad n = 9, \quad k = 4, \quad l = 2.$

1.3. $m = 10, \quad n = 8, \quad k = 2, \quad l = 1.$

1.4. $m = 20, \quad n = 15, \quad k = 5, \quad l = 3.$

1.5. $m = 16, \quad n = 12, \quad k = 4, \quad l = 2.$

1.6. $m = 12, \quad n = 8, \quad k = 3, \quad l = 2.$

1.7. $m = 14, \quad n = 7, \quad k = 4, \quad l = 3.$

1.8. $m = 15, \quad n = 7, \quad k = 6, \quad l = 2.$

1.9. $m = 13, \quad n = 10, \quad k = 5, \quad l = 2.$

1.10. $m = 10, \quad n = 7, \quad k = 3, \quad l = 2.$

1.11. $m = 9, \quad n = 5, \quad k = 4, \quad l = 2.$

1.12. $m = 16, \quad n = 12, \quad k = 5, \quad l = 4.$

1.13. $m = 12, \quad n = 8, \quad k = 5, \quad l = 3.$

1.14. $m = 20, \quad n = 8, \quad k = 9, \quad l = 3.$

1.15. $m = 25, \quad n = 8, \quad k = 5, \quad l = 4.$

1.16. $m = 20, \quad n = 8, \quad k = 7, \quad l = 5.$

1.17. $m = 22, \quad n = 6, \quad k = 4, \quad l = 4.$

1.18. $m = 18, \quad n = 10, \quad k = 6, \quad l = 3.$

1.19. $m = 20, \quad n = 9, \quad k = 9, \quad l = 2.$

1.20. $m = 15, \quad n = 10, \quad k = 4, \quad l = 2.$

1.21. $m = 18, \quad n = 9, \quad k = 7, \quad l = 3.$

1.22. $m = 18, \quad n = 7, \quad k = 5, \quad l = 2.$

1.23. $m = 20, \quad n = 6, \quad k = 5, \quad l = 4.$

1.24. $m = 22, \quad n = 9, \quad k = 9, \quad l = 5.$

1.25. $m = 20, \quad n = 8, \quad k = 8, \quad l = 3.$

1.26. $m = 14, \quad n = 8, \quad k = 6, \quad l = 4.$

1.27. $m = 9, \quad n = 6, \quad k = 3, \quad l = 2.$

1.28. $m = 12, \quad n = 7, \quad k = 3, \quad l = 1.$

1.29. $m = 20, \quad n = 8, \quad k = 6, \quad l = 4.$

1.30. $m = 12, \quad n = 9, \quad k = 5, \quad l = 2.$

Задача 2.

Опитуваному потрібно відповісти на три запитання. Ймовірність того, що опитуваний дасть неправдиву відповідь на перше запитання дорівнює p_1, на друге – p_2, на третє – p_3. Знайти ймовірність того, що правдиві відповіді отимано:

а) тільки на одне запитання;
б) тільки на два запитання;
в) всі три запитання;
г) хоча б на одне запитання;
д) всі відповіді нечесні.

2.1 $p_1 = 0{,}05, \quad p_2 = 0{,}08, \quad p_3 = 0{,}1.$

2.2. $p_1 = 0{,}04, \; p_2 = 0{,}06, \quad p_3 = 0{,}02.$

2.3. $p_1 = 0{,}01, \quad p_2 = 0{,}04, \quad p_3 = 0{,}16.$

2.4. $p_1 = 0{,}03, \quad p_2 = 0{,}5, \quad p_3 = 0{,}25.$

2.5. $p_1 = 0{,}05, \quad p_2 = 0{,}07, \quad p_3 = 0{,}08.$

2.6. $p_1 = 0{,}04, \quad p_2 = 0{,}08, \quad p_3 = 0.02.$

2.7. $p_1 = 0{,}06, \quad p_2 = 0{,}06, \quad p_3 = 0{,}04.$

2.8. $p_1 = 0{,}3, \quad p_2 = 0{,}09, \quad p_3 = 0{,}2.$

2.9. $p_1 = 0{,}09, \quad p_2 = 0{,}04, \quad p_3 = 0{,}03.$

2.10. $p_1 = 0{,}1, \quad p_2 = 0{,}07, \quad p_3 = 0{,}2.$

2.11. $p_1 = 0{,}08, \quad p_2 = 0{,}06, \quad p_3 = 0{,}5.$

2.12. $p_1 = 0{,}06, \quad p_2 = 0{,}07, \quad p_3 = 0{,}01.$
2.13. $p_1 = 0{,}1, \quad p_2 = 0{,}15, \quad p_3 = 0{,}2.$
2.14. $p_1 = 0{,}2, \quad p_2 = 0{,}2, \quad p_3 = 0{,}3.$
2.15. $p_1 = 0{,}3, \quad p_2 = 0{,}25, \quad p_3 = 0{,}4.$
2.16. $p_1 = 0{,}4, \quad p_2 = 0{,}15, \quad p_3 = 0{,}3.$
2.17. $p_1 = 0{,}5, \quad p_2 = 0{,}2, \quad p_3 = 0{,}15.$
2.18. $p_1 = 0{,}6, \quad p_2 = 0{,}4, \quad p_3 = 0{,}15.$
2.19. $p_1 = 0{,}25, \quad p_2 = 0{,}32, \quad p_3 = 0{,}1.$
2.20. $p_1 = 0{,}15, \quad p_2 = 0{,}4, \quad p_3 = 0{,}35.$
2.21. $p_1 = 0{,}25, \quad p_2 = 0{,}13, \quad p_3 = 0{,}15.$
2.22. $p_1 = 0{,}07, \quad p_2 = 0{,}3, \quad p_3 = 0{,}2.$
2.23. $p_1 = 0{,}08, \quad p_2 = 0{,}25, \quad p_3 = 0{,}4.$
2.24. $p_1 = 0{,}2, \quad p_2 = 0{,}15, \quad p_3 = 0{,}25.$
2.25. $p_1 = 0{,}09, \quad p_2 = 0{,}3, \quad p_3 = 0{,}12.$
2.26. $p_1 = 0{,}16, \quad p_2 = 0{,}06, \quad p_3 = 0{,}2.$
2.27. $p_1 = 0{,}25, \quad p_2 = 0{,}1, \quad p_3 = 0{,}04.$
2.28. $p_1 = 0{,}25, \quad p_2 = 0{,}2, \quad p_3 = 0{,}15.$
2.29. $p_1 = 0{,}45, \quad p_2 = 0{,}3, \quad p_3 = 0{,}2.$
2.30. $p_1 = 0{,}15, \quad p_2 = 0{,}09, \quad p_3 = 0{,}08.$

Задача 3.

У спеціалізованій лікарні є, в середньому, k% пацієнтів із хворобою K, m% – із хворобою M, n% – із хворобою N. Із хвороби K видужує повністю p% пацієнтів, із хвороби M – q% пацієнтів, із хвороби N – s% пацієнтів. Знайти імовірність того, що

а) пацієнт, що лікувався в лікарні, був виписаний здоровим;
б) виписаний здоровий пацієнт лікувався від хвороби K.

3.1. $k = 10$, $m = 50$, $n = 40$, $p = 95$, $q = 98$, $s = 80$.

3.2. $k = 20$, $m = 70$, $n = 10$, $p = 93$, $q = 90$, $s = 95$.

3.3. $k = 30$, $m = 60$, $n = 10$, $p = 95$, $q = 96$, $s = 85$.

3.4. $k = 40$, $m = 30$, $n = 30$, $p = 99$, $q = 93$, $s = 91$.

3.5. $k = 35$, $m = 35$, $n = 30$, $p = 91$, $q = 97$, $s = 93$.

3.6. $k = 36$, $m = 34$, $n = 30$, $p = 94$, $q = 96$, $s = 85$.

3.7. $k = 25$, $m = 35$, $n = 40$, $p = 98$, $q = 90$, $s = 91$.

3.8. $k = 28$, $m = 42$, $n = 30$, $p = 96$, $q = 95$, $s = 93$.

3.9. $k = 33$, $m = 27$, $n = 40$, $p = 92$, $q = 97$, $s = 95$.

3.10. $k = 32$, $m = 28$, $n = 40$, $p = 92$, $q = 95$, $s = 80$.

3.11. $k = 45$, $m = 25$, $n = 30$, $p = 90$, $q = 97$, $s = 89$.

3.12. $k = 37$, $m = 43$, $n = 20$, $p = 95$, $q = 97$, $s = 95$.

3.13. $k = 39$, $m = 31$, $n = 30$, $p = 96$, $q = 99$, $s = 98$.

3.14. $k = 36$, $m = 34$, $n = 30$, $p = 90$, $q = 95$, $s = 97$.

3.15. $k = 35$, $m = 25$, $n = 40$, $p = 92$, $q = 94$, $s = 95$.

3.16. $k = 29$, $m = 31$, $n = 40$, $p = 85$, $q = 90$, $s = 94$.

3.17. $k = 33$, $m = 27$, $n = 40$, $p = 75$, $q = 85$, $s = 95$.

3.18. $k = 50$, $m = 25$, $n = 25$, $p = 90$, $q = 85$, $s = 95$.

3.19. $k = 30$, $m = 45$, $n = 25$, $p = 88$, $q = 85$, $s = 99$.

3.20. $k = 37$, $m = 35$, $n = 28$, $p = 88$, $q = 80$, $s = 85$.

3.21. $k = 45$, $m = 25$, $n = 30$, $p = 90$, $q = 85$, $s = 85$.

3.22. $k = 35$, $m = 25$, $n = 40$, $p = 80$, $q = 90$, $s = 95$.

3.23. $k = 35$, $m = 55$, $n = 20$, $p = 85$, $q = 95$, $s = 75$.

3.24. $k = 65$, $m = 20$, $n = 15$, $p = 75$, $q = 90$, $s = 98$.

3.25. $k = 70$, $m = 10$, $n = 20$, $p = 90$, $q = 85$, $s = 95$.

3.26. $k = 72$, $m = 18$, $n = 10$, $p = 78$, $q = 88$, $s = 80$.

3.27. $k = 62$, $m = 22$, $n = 16$, $p = 85$, $q = 95$, $s = 98$.

3.28. $k = 35$, $m = 35$, $n = 30$, $p = 80$, $q = 90$, $s = 98$.

3.29. $k = 51, \quad m = 29, \quad n = 20, \quad p = 80, \quad q = 80, \quad s = 85.$

3.30. $k = 40, \quad m = 32, \quad n = 28, \quad p = 70, \quad q = 86, \quad s = 90$.

Задача 4.

Гральний кубик кидають N разів. Знайти ймовірність того, що цифра M випаде:

а) рівно k разів;

б) не менше ніж m разів;

в) більше ніж n разів.

4.1. $N = 3, \quad M = 2, \quad k = 1, \quad m = 2, n = 1.$

4.2. $N = 4, \quad M = 6, \quad k = 0, \quad m = 1, \quad n = 2.$

4.3. $N = 4, \quad M = 1, \quad k = 2, \quad m = 1, \quad n = 2.$

4.4. $N = 4, \quad M = 3, \quad k = 1, \quad m = 2, \quad n = 2.$

4.5. $N = 3, \quad M = 5, \quad k = 2, \quad m = 1, \quad n = 1.$

4.6. $N = 3, \quad M = 4, \quad k = 0, \quad m = 2, \quad n = 2.$

4.7. $N = 4, \quad M = 1, \quad k = 3, \quad m = 1, \quad n = 2.$

4.8. $N = 4, \quad M = 2, \quad k = 4, \quad m = 3, \quad n = 1.$

4.9. $N = 4, \quad M = 3, \quad k = 0, \quad m = 1, \quad n = 2.$

4.10. $N = 5, \quad M = 4, \quad k = 1, \quad m = 2, \quad n = 3.$

4.11. $N = 5, \quad M = 5, \quad k = 2, \quad m = 1, \quad n = 4.$

4.12. $N = 5, \quad M = 6, \quad k = 3, \quad m = 2, \quad n = 2.$

4.13. $N = 5, \quad M = 1, \quad k = 4, \quad m = 1, \quad n = 3.$

4.14. $N = 5, \quad M = 2, \quad k = 5, \quad m = 2, \quad n = 1.$

4.15. $N = 6, \quad M = 3, \quad k = 2, \quad m = 3, \quad n = 4.$

4.16. $N = 6, \quad M = 4, \quad k = 3, \quad m = 1, \quad n = 5.$

4.17. $N = 7, \quad M = 5, \quad k = 4, \quad m = 2, \quad n = 3.$

4.18. $N = 6, \quad M = 6, \quad k = 5, \quad m = 1, \quad n = 2.$

4.19. $N = 8, \quad M = 1, \quad k = 6, \quad m = 2, \quad n = 4.$

4.20. $N = 6, \quad M = 2, \quad k = 0, \quad m = 3, \quad n = 2.$

4.21. $N = 7, \quad M = 3, \quad k = 3, \quad m = 1, \quad n = 5.$

4.22. $N = 7, \quad M = 4, \quad k = 4, \quad m = 2, \quad n = 6.$

4.23. $N = 8, \quad M = 5, \quad k = 5, \quad m = 1, \quad n = 5.$

4.24. $N = 6, \quad M = 6, \quad k = 6, \quad m = 2, \quad n = 4.$

4.25. $N = 8, \quad M = 1, \quad k = 0, \quad m = 1, \quad n = 6.$

4.26. $N = 5, \quad M = 2, \quad k = 3, \quad m = 2, \quad n = 2.$

4.27. $N = 4, \quad M = 3, \quad k = 4, \quad m = 3, \quad n = 1.$

4.28. $N = 6, \quad M = 4, \quad k = 2, \quad m = 4, \quad n = 3.$

4.29. $N = 7, \quad M = 5, \quad k = 6, \quad m = 4, \quad n = 3.$

4.30. $N = 6, \quad M = 6, \quad k = 4, \quad m = 2, \quad n = 3.$

Задача 5.

Виробник детекторів брехні вимагає, щоб детектори могли чітко розрізняти правильні відповіді від неправильних на p%. Детектор тестують використовуючи N запитань. Визначити:
а) найбільш ймовірне число правильних відповідей;
б) ймовірність того, що їх буде k;
в) ймовірність того, що їх буде від k_1 до k_2;
г) ймовірність того, що їх буде не більше, ніж k.

5.1. $N = 100$, $p = 85$, $k = 80$, $k_1 = 60$, $k_2 = 80$.
5.2. $N = 150$, $p = 95$, $k = 70$, $k_1 = 80$, $k_2 = 90$.
5.3. $N = 180$, $p = 85$, $k = 100$, $k_1 = 150$, $k_2 = 170$.
5.4. $N = 140$, $p = 70$, $k = 90$, $k_1 = 120$, $k_2 = 130$.
5.5. $N = 200$, $p = 99$, $k = 150$, $k_1 = 120$, $k_2 = 190$.
5.6. $N = 170$, $p = 98$, $k = 140$, $k_1 = 100$, $k_2 = 160$.
5.7. $N = 160$, $p = 75$, $k = 100$, $k_1 = 90$, $k_2 = 140$.
5.8. $N = 190$, $p = 80$, $k = 100$, $k_1 = 120$, $k_2 = 180$.
5.9. $N = 250$, $p = 90$, $k = 200$, $k_1 = 190$, $k_2 = 230$.
5.10. $N = 120$, $p = 99$, $k = 110$, $k_1 = 100$, $k_2 = 115$.
5.11. $N = 220$, $p = 80$, $k = 180$, $k_1 = 170$, $k_2 = 200$.
5.12. $N = 280$, $p = 89$, $k = 200$, $k_1 = 220$, $k_2 = 270$.
5.13. $N = 250$, $p = 95$, $k = 190$, $k_1 = 200$, $k_2 = 240$.

5.14. $N = 300$, $p = 80$, $k = 280$, $k_1 = 150$, $k_2 = 250$.
5.15. $N = 270$, $p = 88$, $k = 150$, $k_1 = 200$, $k_2 = 260$.
5.16. $N = 290$, $p = 95$, $k = 200$, $k_1 = 190$, $k_2 = 250$.
5.17. $N = 130$, $p = 90$, $k = 70$, $k_1 = 80$, $k_2 = 100$.
5.18. $N = 150$, $p = 90$, $k = 140$, $k_1 = 120$, $k_2 = 130$.
5.19. $N = 160$, $p = 85$, $k = 100$, $k_1 = 130$, $k_2 = 150$.
5.20. $N = 210$, $p = 80$, $k = 200$, $k_1 = 180$, $k_2 = 200$.
5.21. $N = 240$, $p = 75$, $k = 180$, $k_1 = 170$, $k_2 = 230$.
5.22. $N = 170$, $p = 98$, $k = 70$, $k_1 = 100$, $k_2 = 150$.
5.23. $N = 230$, $p = 80$, $k = 180$, $k_1 = 180$, $k_2 = 220$.
5.24. $N = 350$, $p = 90$, $k = 300$, $k_1 = 250$, $k_2 = 340$.
5.25. $N = 90$, $p = 99$, $k = 50$, $k_1 = 55$, $k_2 = 85$.
5.26. $N = 100$, $p = 99$, $k = 80$, $k_1 = 60$, $k_2 = 80$.
5.27. $N = 110$, $p = 98$, $k = 90$, $k_1 = 70$, $k_2 = 100$.
5.28. $N = 220$, $p = 95$, $k = 150$, $k_1 = 80$, $k_2 = 90$.
5.29. $N = 160$, $p = 99$, $k = 100$, $k_1 = 130$, $k_2 = 150$.
5.30. $N = 170$, $p = 89$, $k = 135$, $k_1 = 140$, $k_2 = 160$.

Задача 6.

Знайти математичне сподівання, дисперсію, середнє квадратичне відхилення дискретної випадкової величини, яка задана вказаним законом розподілу. Знайти її функцію розподілу $F(x)$ та побудувати графік цієї функції.

6.1.

x_i	– 5	2	3
p_i	0,4	0,3	

6.2.

x_i	4	5	10
p_i	0,2		0,5

6.3.

x_i	5	2	3
p_i	0,4	0,3	

6.4.

x_i	5	6	7
p_i	0,4		0,1

6.5.

x_i	7	9	12
p_i		0,7	0,1

6.6.

x_i	10	13	15
p_i	0,4	0,2	

6.7.

x_i	8	12	17
p_i	0,1		0,6

6.8.

x_i	12	13	14
p_i	0,4		0,3

6.9.

x_i	9	12	14
p_i	0,7		0,1

6.10.

x_i	2	3	75
p_i	0,5		0,1

6.11.

x_i	1	2	4
p_i	0,3	0,2	

6.12.

x_i	2	8	9
p_i	0,4	0,2	

6.13.

x_i	4	6	10
p_i		0,4	0,1

6.14.

x_i	2	5	9
p_i	0,3		0,1

6.15.

x_i	13	14	15
p_i	0,6		0,1

6.16.

x_i	– 4	6	11
p_i	0,4	0,3	

6.17.

x_i	2	6	8
p_i		0,6	0,1

6.18.

x_i	2	4	10
p_i	0,5		0,1

6.19.

x_i	4	9	20
p_i	0,4	0,4	

6.20.

x_i	3	4	5
p_i	0,4	0,4	

6.21.

x_i	2	5	7
p_i	0,4		0,1

6.22.

x_i	5	6	7
p_i	0,4		0,1

6.23.

x_i	4	7	10
p_i	0,8		0,1

6.24.

x_i	3	6	7
p_i	0,4	0,2	

6.25.

x_i	6	7	9
p_i	0,2		0,1

6.26.

x_i	7	10	912
p_i	0,7		0,1

6.27.

x_i	3	9	14
p_i	0,2	0,5	

6.28.

x_i	10	12	14
p_i	0,4		0,1

6.29.

x_i	1	7	10
p_i	0,2	0,4	

6.30.

x_i	11	13	15
p_i	0,8		0,1

Задача 7.

Випадкова величина X задана функцією розподілу $F(x)$. Вимагається:

а) визначити параметр a;

б) знайти функцію густини $f(x)$;

в) знайти математичне сподівання та дисперсію неперервної випадкової величини X;

г) побудувати графіки функцій розподілу та густини.

7.1

$$F(x)=\begin{cases}0, & x<0,\\ ax^2 & 0<x<4,\\ 1, & x>4.\end{cases}$$

7.2.

$$F(x)=\begin{cases}0, & x\le 0,\\ ax^2 & 0<x\le 7,\\ 1, & x>7.\end{cases}$$

7.3.

$$F(x)=\begin{cases}0, & x\le 0,\\ ax^2 & 0<x\le \pi,\\ 1, & x>\pi.\end{cases}$$

7.4.

$$F(x)=\begin{cases}0, & x\le 0,\\ ax^2 & 0<x\le 8,\\ 1, & x>8.\end{cases}$$

7.5.

$$F(x)=\begin{cases}0, & x\le 0,\\ ax^2 & 0<x\le 9,\\ 1, & x>9.\end{cases}$$

7.6.

$$F(x)=\begin{cases}0, & x\le 0,\\ ax^2 & 0<x\le 10,\\ 1, & x>10.\end{cases}$$

7.7.

$$F(x)=\begin{cases}0, & x\le 0,\\ ax^3 & 0<x\le 1,\\ 1, & x>1.\end{cases}$$

7.8.

$$F(x)=\begin{cases}0, & x\le 0,\\ a\left(\frac{1}{2}x^2-\frac{1}{3}x^3\right) & 0<x\le 1,\\ 1, & x>1.\end{cases}$$

7.9.

$$F(x)=\begin{cases}0, & x\le -1,\\ a\left(\frac{1}{3}x^3+\frac{1}{2}x^2-\frac{1}{6}\right) & -1<x\le 0,\\ 1, & x>0.\end{cases}$$

7.10.

$$F(x)=\begin{cases}0, & x\le 0,\\ ax^3 & 0<x\le 2,\\ 1, & x>2.\end{cases}$$

7.11.

$$F(x)=\begin{cases}0, & x\le -\frac{\pi}{2},\\ a(x+\frac{\pi}{2}), & -\frac{\pi}{2}<x\le 0,\\ 1, & x>0.\end{cases}$$

7.12

$$F(x)=\begin{cases}0, & x\le 2,\\ a(x-2)^2, & 2<x\le 4,\\ 1, & x>4.\end{cases}$$

7.13.

$$F(x)=\begin{cases}0, & x\le -2,\\ a\left(\frac{1}{3}x^3+x^2-\frac{4}{3}\right) & -2<x\le 0,\\ 1, & x>0.\end{cases}$$

7.14.

$$F(x)=\begin{cases}0, & x\le 1,\\ a(x-1), & 1<x\le 4,\\ 1, & x>4.\end{cases}$$

7.15.

$$F(x)=\begin{cases}0, & x\le 0,\\ a\left(\dfrac{1}{4}x^2-\dfrac{1}{3}x^3\right) & 0<x\le\dfrac{1}{2},\\ 1, & x>\dfrac{1}{2}.\end{cases}$$

7.16.

$$F(x)=\begin{cases}0, & x\le 0,\\ ax^3, & 0<x\le 3,\\ 1, & x>1.\end{cases}$$

7.17.

$$F(x)=\begin{cases}0, & x\le 0,\\ a\left(x^2-\dfrac{1}{3}x^3\right) & 0<x\le 2,\\ 1, & x>2.\end{cases}$$

7.18.

$$F(x)=\begin{cases}0, & x\le 2,\\ a(x-2), & 2<x\le 5,\\ 1, & x>5.\end{cases}$$

7.19.

$$F(x)=\begin{cases}0, & x\le 0,\\ a\left(\dfrac{3}{2}x^2-\dfrac{1}{3}x^3\right) & 0<x\le 3,\\ 1, & x>3.\end{cases}$$

7.20.

$$F(x)=\begin{cases}0, & x\le -1,\\ a(x+1), & -1<x\le\dfrac{1}{3},\\ 1, & x>\dfrac{1}{3.}\end{cases}$$

7.21

$$F(x)=\begin{cases}0, & x\le 0,\\ ax^2, & 0<x\le 7,\\ 1, & x>7.\end{cases}$$

7.22.

$$F(x)=\begin{cases}0, & x\le 0,\\ ax^2, & 0<x\le 6,\\ 1, & x>6.\end{cases}$$

7.23.

$$F(x)=\begin{cases}0, & x\le 0,\\ ax^2, & 0<x\le 5,\\ 1, & x>5.\end{cases}$$

7.24.

$$F(x)=\begin{cases}0, & x\le 0,\\ ax^3 & 0<x\le 3,\\ 1, & x>3.\end{cases}$$

7.25.

$$F(x)=\begin{cases}0, & x\le 2,\\ a(x-2)^2 & 2<x\le 3,\\ 1, & x>3.\end{cases}$$

7.26.

$$F(x)=\begin{cases}0, & x\le -1,\\ a(x+1), & -1<x\le 2,\\ 1, & x>2.\end{cases}$$

7.27.

$$F(x)=\begin{cases}0, & x\le -3,\\ a(x+3), & -3<x\le 3,\\ 1, & x>3.\end{cases}$$

7.28.

$$F(x)=\begin{cases}0, & x\le 1,\\ a(x-1)^2, & 1<x\le 3,\\ 1, & x>3.\end{cases}$$

7.29.

$$F(x)=\begin{cases}0, & x\le 1,\\ a(x-1), & 1<x\le 3,\\ 1, & x>1.\end{cases}$$

7.30.

$$F(x)=\begin{cases}0, & x\le 2,,\\ a(x-2)^2 & 2<x\le 5,\\ 1, & x>5.\end{cases}$$

Задача 8.

Математичне сподівання і середнє квадратичне відхилення нормально розподіленої випадкової величини X відповідно дорівнюють a і σ. Обчислити ймовірності:

$P\ \ \alpha<X<\beta\ \ ;\ P\ \ |X-a|<\varepsilon\ \ ;\ \varepsilon=0,2.$

написати аналітичний вираз для густини розподілу $f\ \ x\ $.

8.1.
$a=2, \quad \sigma=1, \quad \alpha=1, \quad \beta=6.$

8.2.
$a=20, \quad \sigma=5, \quad \alpha=15, \quad \beta=25.$

8.3.
$a=2, \quad \sigma=4, \quad \alpha=6, \quad \beta=10.$

8.4.
$a=2, \quad \sigma=3, \quad \alpha=4, \quad \beta=9,$

8.5.
$a=3, \quad \sigma=2, \quad \alpha=3, \quad \beta=10$

8.6.
$a=4, \quad \sigma=5, \quad \alpha=2, \quad \beta=11.$

8.7.
$a=5, \quad \sigma=1, \quad \alpha=1, \quad \beta=12.$

8.8.
$a=6, \quad \sigma=3, \quad \alpha=2, \quad \beta=13.$

8.9.
$a=8, \quad \sigma=1, \quad \alpha=4, \quad \beta=9.$

8.10.
$a=0, \quad \sigma=5, \quad \alpha=5, \quad \beta=14.$

8.11.
$a=10, \quad \sigma=4, \quad \alpha=2, \quad \beta=14.$

8.12.
$a=2, \quad \sigma=2, \quad \alpha=1, \quad \beta=5.$

8.13.
$a=3, \quad \sigma=2, \quad \alpha=3, \quad \beta=7.$

8.14.
$a=4, \quad \sigma=3, \quad \alpha=3, \quad \beta=8.$

8.15.
$a=4, \quad \sigma=3, \quad \alpha=4, \quad \beta=9.$

8.16.
$a=6, \quad \sigma=4, \quad \alpha=5, \quad \beta=9.$

8.17.
$a=4, \quad \sigma=1, \quad \alpha=6, \quad \beta=15.$

8.18.
$a=2, \quad \sigma=2, \quad \alpha=7, \quad \beta=11.$

8.19.
$a=5, \quad \sigma=1, \quad \alpha=6, \quad \beta=8.$

8.20.
$a=5, \quad \sigma=3, \quad \alpha=9, \quad \beta=12.$

8.21.
$a=6, \quad \sigma=3, \quad \alpha=9, \quad \beta=11.$

8.22.
$a=10, \quad \sigma=4, \quad \alpha=2, \quad \beta=13.$

8.23.
$a=9, \quad \sigma=3, \quad \alpha=5, \quad \beta=14.$

8.24.
$a=8, \quad \sigma=1, \quad \alpha=4, \quad \beta=9.$

8.25.
$a=6, \quad \sigma=3, \quad \alpha=3, \quad \beta=10.$

8.26.
$a=4, \quad \sigma=2, \quad \alpha=5, \quad \beta=9.$

8.27.
$a=3, \quad \sigma=2, \quad \alpha=3, \quad \beta=7.$

8.28.
$a=4, \quad \sigma=5, \quad \alpha=2, \quad \beta=10.$

8.29.
$a=2, \quad \sigma=4, \quad \alpha=4, \quad \beta=11.$

8.30.
$a=6, \quad \sigma=3, \quad \alpha=2, \quad \beta=8.$

Задача 9.

Розподіл ймовірностей двовимірної випадкової величини заданий таблицею:

$Y \setminus X$	x_1	x_2	x_3
y_1	p_{11}	p_{21}	p_{31}
y_2	p_{12}	p_{22}	p_{32}

Знайти:

а) розподіли складових *X* і *Y* та їх числові характеристики;

б) умовний закон розподілу складової *X* за умови, що складова *Y* набула значення y_1;

в) умовний закон розподілу складової *Y* за умови, що складова *X* набула значення x_i;

г) умовне математичне сподівання складової *X* за умови $Y = y_1$;

д) умовне математичне сподівання складової *Y* за умови $X = x_i$;

е) кореляційний момент K_{xy};

є) коефіцієнт кореляції r_{xy};

ж) встановити, чи залежні складові *X*, *Y*.

9.1.

$Y \setminus X$	x_1=3	x_2=10	x_3=12
y_1=4	0,17	0,13	0,25
y_2=5	0,1	0,3	0,05

$i = 1$

9.2.

$Y \setminus X$	x_1=1	x_2=3	x_3=4
y_1=4	0,13	0,16	0,26
y_2=5	0,1	0,25	0,1

$i = 2$

9.3.

$Y \setminus X$	x_1=3	x_2=4	x_3=6
y_1=1	0,1	0,19	0,2
y_2=2	0,16	0,2	0,15

$i = 3$

9.4.

$Y \setminus X$	x_1=2	x_2=5	x_3=8
y_1=2	0,13	0,2	0,15
y_2=3	0,25	0,11	0,16

$i = 1$

9.5.

X / Y	$x_1=1$	$x_2=3$	$x_3=5$
$y_1=0$	0,13	0,25	0,16
$y_2=2$	0,2	0,16	0,1

$i=2$

9.6.

X / Y	$x_1=0$	$x_2=1$	$x_3=3$
$y_1=1$	0,16	0,19	0,15
$y_2=2$	0,1	0,2	0,2

$i=3$

9.7.

X / Y	$x_1=-1$	$x_2=0$	$x_3=3$
$y_1=2$	0,11	0,25	0,14
$y_2=3$	0,12	0,2	0,18

$i=1$

9.8.

X / Y	$x_1=0$	$x_2=2$	$x_3=4$
$y_1=3$	0,12	0,15	0,2
$y_2=5$	0,25	0,2	0,08

$i=2$

9.9.

X / Y	$x_1=1$	$x_2=3$	$x_3=5$
$y_1=4$	0,1	0,25	0,3
$y_2=6$	0,15	0,1	0,1

$i=3$

9.10.

X / Y	$x_1=2$	$x_2=4$	$x_3=6$
$y_1=5$	0,12	0,15	0,2
$y_2=8$	0,13	0,25	0,15

$i=1$

9.11.

X / Y	$x_1=1$	$x_2=4$	$x_3=5$
$y_1=3$	0,15	0,25	0,1
$y_2=4$	0,1	0,1	0,3

$i=2$

9.12.

X / Y	$x_1=2$	$x_2=3$	$x_3=4$
$y_1=-1$	0,13	0,12	0,25
$y_2=0$	0,12	0,18	0,2

$i=3$

9.13.

$Y \backslash X$	$x_1=3$	$x_2=4$	$x_3=5$
$y_1=2$	0,12	0,18	0,22
$y_2=4$	0,13	0,1	0,25

$i=1$

9.14.

$Y \backslash X$	$x_1=4$	$x_2=5$	$x_3=6$
$y_1=2$	0,13	0,18	0,25
$y_2=3$	0,12	0,22	0,1

$i=2$

9.15.

$Y \backslash X$	$x_1=3$	$x_2=4$	$x_3=5$
$y_1=2$	0,12	0,3	0,13
$y_2=5$	0,1	0,15	0,2

$i=3$

9.16.

$Y \backslash X$	$x_1=2$	$x_2=3$	$x_3=4$
$y_1=1$	0,07	0,05	0,25
$y_2=4$	0,13	0,15	0,35

$i=1$

9.17.

$Y \backslash X$	$x_1=3$	$x_2=4$	$x_3=5$
$y_1=-1$	0,12	0,14	0,15
$y_2=2$	0,16	0,3	0,13

$i=2$

9.18.

$Y \backslash X$	$x_1=2$	$x_2=4$	$x_3=5$
$y_1=2$	0,1	0,25	0,15
$y_2=3$	0,12	0,13	0,25

$i=3$

9.19.

$Y \backslash X$	$x_1=1$	$x_2=2$	$x_3=4$
$y_1=2$	0,15	0,25	0,2
$y_2=5$	0,2	0,1	0,1

$i=1$

9.20.

$Y \backslash X$	$x_1= -1$	$x_2=0$	$x_3=2$
$y_1=1$	0,12	0,25	0,15
$y_2=3$	0,13	0,1	0,25

$i=2$

9.21.

X \ Y	$x_1 = -1$	$x_2 = 2$	$x_3 = 3$
$y_1 = 2$	0,12	0,25	0,1
$y_2 = 5$	0,13	0,15	0,25

$i = 3$

9.22.

X \ Y	$x_1 = -2$	$x_2 = -1$	$x_3 = 0$
$y_1 = 1$	0,13	0,1	0,3
$y_2 = 3$	0,15	0,12	0,2

$i = 1$

9.23.

X \ Y	$x_1 = 2$	$x_2 = 4$	$x_3 = 5$
$y_1 = 2$	0,17	0,25	0,2
$y_2 = 4$	0,15	0,13	0,1

$i = 2$

9.24.

X \ Y	$x_1 = 1$	$x_2 = 2$	$x_3 = 5$
$y_1 = 3$	0,1	0,19	0,2
$y_2 = 4$	0,16	0,2	0,15

$i = 3$

9.25

X \ Y	$x_1 = 2$	$x_2 = 4$	$x_3 = 8$
$y_1 = 1$	0,13	0,2	0,15
$y_2 = 4$	0,25	0,11	0,16

$i = 1$

9.26

X \ Y	$x_1 = 1$	$x_2 = 3$	$x_3 = 5$
$y_1 = 0$	0,13	0,25	0,16
$y_2 = 4$	0,2	0,16	0,1

$i = 2$

9.27

X \ Y	$x_1 = 0$	$x_2 = 1$	$x_3 = 5$
$y_1 = 2$	0,17	0,25	0,2
$y_2 = 4$	0,15	0,13	0,1

$i = 3$

9.28.

X \ Y	$x_1 = 2$	$x_2 = 4$	$x_3 = 5$
$y_1 = 1$	0,16	0,19	0,15
$y_2 = 2$	0,1	0,2	0,2

$i = 1$

9.29

$Y \backslash X$	$x_1 = -1$	$x_2 = 0$	$x_3 = 5$
$y_1 = 2$	0,11	0,25	0,14
$y_2 = 3$	0,12	0,2	0,18

$i = 2$

9.30

$Y \backslash X$	$x_1 = 2$	$x_2 = 4$	$x_3 = 5$
$y_1 = 2$	0,1	0,25	0,15
$y_2 = 3$	0,12	0,13	0,25

$i = 3$

Додаток

Табл.1. Значення локальної функції Лапласа

$$\varphi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}$$

x	Соті частини									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,0	0,3989	0,3989	0,3989	0,3988	0,3986	0,3984	0,3982	0,3980	0,3977	0,3973
0,1	0,3970	0,3965	0,3961	0,3956	0,3951	0,3945	0,3939	0,3932	0,3925	0,3918
0,2	0,3910	0,3902	0,3894	0,3885	0,3876	0,3867	0,3857	0,3847	0,3836	0,3825
0,3	0,3814	0,3802	0,3790	0,3778	0,3765	0,3752	0,3739	0,3725	0,3712	0,3697
0,4	0,3683	0,3668	0,3653	0,3637	0,3621	0,3605	0,3589	0,3572	0,3555	0,3538
0,5	0,3521	0,3503	0,3485	0,3467	0,3448	0,3429	0,3410	0,3391	0,3372	0,3352
0,6	0,3332	0,3312	0,3292	0,3271	0,3251	0,3230	0,3209	0,3187	0,3166	0,3144
0,7	0,3123	0,3101	0,3079	0,3056	0,3034	0,3011	0,2989	0,2966	0,2943	0,2920
0,8	0,2897	0,2874	0,2850	0,2827	0,2803	0,2780	0,2756	0,2732	0,2709	0,2685
0,9	0,2661	0,2637	0,2613	0,2589	0,2565	0,2541	0,2516	0,2492	0,2468	0,2444
1	0,2420	0,2396	0,2371	0,2347	0,2323	0,2299	0,2275	0,2251	0,2227	0,2203
1,1	0,2179	0,2155	0,2131	0,2107	0,2083	0,2059	0,2036	0,2012	0,1989	0,1965
1,2	0,1942	0,1919	0,1895	0,1872	0,1849	0,1826	0,1804	0,1781	0,1758	0,1736
1,3	0,1714	0,1691	0,1669	0,1647	0,1626	0,1604	0,1582	0,1561	0,1539	0,1518
1,4	0,1497	0,1476	0,1456	0,1435	0,1415	0,1394	0,1374	0,1354	0,1334	0,1315
1,5	0,1295	0,1276	0,1257	0,1238	0,1219	0,1200	0,1182	0,1163	0,1145	0,1127
1,6	0,1109	0,1092	0,1074	0,1057	0,1040	0,1023	0,1006	0,0989	0,0973	0,0957
1,7	0,0940	0,0925	0,0909	0,0893	0,0878	0,0863	0,0848	0,0833	0,0818	0,0804
1,8	0,0790	0,0775	0,0761	0,0748	0,0734	0,0721	0,0707	0,0694	0,0681	0,0669
1,9	0,0656	0,0644	0,0632	0,0620	0,0608	0,0596	0,0584	0,0573	0,0562	0,0551
2	0,0540	0,0529	0,0519	0,0508	0,0498	0,0488	0,0478	0,0468	0,0459	0,0449
2,1	0,0440	0,0431	0,0422	0,0413	0,0404	0,0396	0,0387	0,0379	0,0371	0,0363
2,2	0,0355	0,0347	0,0339	0,0332	0,0325	0,0317	0,0310	0,0303	0,0297	0,0290
2,3	0,0283	0,0277	0,0270	0,0264	0,0258	0,0252	0,0246	0,0241	0,0235	0,0229
2,4	0,0224	0,0219	0,0213	0,0208	0,0203	0,0198	0,0194	0,0189	0,0184	0,0180
2,5	0,0175	0,0171	0,0167	0,0163	0,0158	0,0154	0,0151	0,0147	0,0143	0,0139
2,6	0,0136	0,0132	0,0129	0,0126	0,0122	0,0119	0,0116	0,0113	0,0110	0,0107
2,7	0,0104	0,0101	0,0099	0,0096	0,0093	0,0091	0,0088	0,0086	0,0084	0,0081
2,8	0,0079	0,0077	0,0075	0,0073	0,0071	0,0069	0,0067	0,0065	0,0063	0,0061

x	Соті частини									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
2,9	0,0060	0,0058	0,0056	0,0055	0,0053	0,0051	0,0050	0,0048	0,0047	0,0046
3	0,0044	0,0043	0,0042	0,0040	0,0039	0,0038	0,0037	0,0036	0,0035	0,0034
3,1	0,0033	0,0032	0,0031	0,0030	0,0029	0,0028	0,0027	0,0026	0,0025	0,0025
3,2	0,0024	0,0023	0,0022	0,0022	0,0021	0,0020	0,0020	0,0019	0,0018	0,0018
3,3	0,0017	0,0017	0,0016	0,0016	0,0015	0,0015	0,0014	0,0014	0,0013	0,0013
3,4	0,0012	0,0012	0,0012	0,0011	0,0011	0,0010	0,0010	0,0010	0,0009	0,0009
3,5	0,0009	0,0008	0,0008	0,0008	0,0008	0,0007	0,0007	0,0007	0,0007	0,0006
3,6	0,0006	0,0006	0,0006	0,0005	0,0005	0,0005	0,0005	0,0005	0,0005	0,0004
3,7	0,0004	0,0004	0,0004	0,0004	0,0004	0,0004	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003
3,8	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002
3,9	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0001	0,0001
4	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001
4,1	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001
4,2	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000

Табл.2. Значення інтегральної функції Лапласа

$$\Phi(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_0^x e^{-\frac{t^2}{2}}dt$$

x	Соті частини									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,0	0,0000	0,0040	0,0080	0,0120	0,0160	0,0199	0,0239	0,0279	0,0319	0,0359
0,1	0,0398	0,0438	0,0478	0,0517	0,0557	0,0596	0,0636	0,0675	0,0714	0,0753
0,2	0,0793	0,0832	0,0871	0,0910	0,0948	0,0987	0,1026	0,1064	0,1103	0,1141
0,3	0,1179	0,1217	0,1255	0,1293	0,1331	0,1368	0,1406	0,1443	0,1480	0,1517
0,4	0,1554	0,1591	0,1628	0,1664	0,1700	0,1736	0,1772	0,1808	0,1844	0,1879
0,5	0,1915	0,1950	0,1985	0,2019	0,2054	0,2088	0,2123	0,2157	0,2190	0,2224
0,6	0,2257	0,2291	0,2324	0,2357	0,2389	0,2422	0,2454	0,2486	0,2517	0,2549
0,7	0,2580	0,2611	0,2642	0,2673	0,2704	0,2734	0,2764	0,2794	0,2823	0,2852
0,8	0,2881	0,2910	0,2939	0,2967	0,2995	0,3023	0,3051	0,3078	0,3106	0,3133
0,9	0,3159	0,3186	0,3212	0,3238	0,3264	0,3289	0,3315	0,3340	0,3365	0,3389
1	0,3413	0,3438	0,3461	0,3485	0,3508	0,3531	0,3554	0,3577	0,3599	0,3621
1,1	0,3643	0,3665	0,3686	0,3708	0,3729	0,3749	0,3770	0,3790	0,3810	0,3830
1,2	0,3849	0,3869	0,3888	0,3907	0,3925	0,3944	0,3962	0,3980	0,3997	0,4015
1,3	0,4032	0,4049	0,4066	0,4082	0,4099	0,4115	0,4131	0,4147	0,4162	0,4177
1,4	0,4192	0,4207	0,4222	0,4236	0,4251	0,4265	0,4279	0,4292	0,4306	0,4319
1,5	0,4332	0,4345	0,4357	0,4370	0,4382	0,4394	0,4406	0,4418	0,4429	0,4441
1,6	0,4452	0,4463	0,4474	0,4484	0,4495	0,4505	0,4515	0,4525	0,4535	0,4545
1,7	0,4554	0,4564	0,4573	0,4582	0,4591	0,4599	0,4608	0,4616	0,4625	0,4633
1,8	0,4641	0,4649	0,4656	0,4664	0,4671	0,4678	0,4686	0,4693	0,4699	0,4706
1,9	0,4713	0,4719	0,4726	0,4732	0,4738	0,4744	0,4750	0,4756	0,4761	0,4767
2	0,4772	0,4778	0,4783	0,4788	0,4793	0,4798	0,4803	0,4808	0,4812	0,4817
2,1	0,4821	0,4826	0,4830	0,4834	0,4838	0,4842	0,4846	0,4850	0,4854	0,4857
2,2	0,4861	0,4864	0,4868	0,4871	0,4875	0,4878	0,4881	0,4884	0,4887	0,4890
2,3	0,4893	0,4896	0,4898	0,4901	0,4904	0,4906	0,4909	0,4911	0,4913	0,4916
2,4	0,4918	0,4920	0,4922	0,4925	0,4927	0,4929	0,4931	0,4932	0,4934	0,4936
2,5	0,4938	0,4940	0,4941	0,4943	0,4945	0,4946	0,4948	0,4949	0,4951	0,4952
2,6	0,4953	0,4955	0,4956	0,4957	0,4959	0,4960	0,4961	0,4962	0,4963	0,4964
2,7	0,4965	0,4966	0,4967	0,4968	0,4969	0,4970	0,4971	0,4972	0,4973	0,4974
2,8	0,4974	0,4975	0,4976	0,4977	0,4977	0,4978	0,4979	0,4979	0,4980	0,4981
2,9	0,4981	0,4982	0,4982	0,4983	0,4984	0,4984	0,4985	0,4985	0,4986	0,4986
3	0,4987	0,4987	0,4987	0,4988	0,4988	0,4989	0,4989	0,4989	0,4990	0,4990

x	Соті частини									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
3,1	0,4990	0,4991	0,4991	0,4991	0,4992	0,4992	0,4992	0,4992	0,4993	0,4993
3,2	0,4993	0,4993	0,4994	0,4994	0,4994	0,4994	0,4994	0,4995	0,4995	0,4995
3,3	0,4995	0,4995	0,4995	0,4996	0,4996	0,4996	0,4996	0,4996	0,4996	0,4997
3,4	0,4997	0,4997	0,4997	0,4997	0,4997	0,4997	0,4997	0,4997	0,4997	0,4998
3,5	0,4998	0,4998	0,4998	0,4998	0,4998	0,4998	0,4998	0,4998	0,4998	0,4998
3,6	0,4998	0,4998	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999
3,7	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999
3,8	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999
3,9	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000
4,0	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000
4,5	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000
5,0	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000

Література

1. А.Д. Кузик, О.В. Меньшикова, О.Ю. Чмир. Теорія ймовірностей та математична статистика. Навчальний посібник. – Львів.: ЛДУ БЖД, 2012. – 192 с.
2. В.Е.Гмурман. Теория вероятностей и математическая статистика. – М.: ВШ.2001. – 480 с.
3. В.Е. Гмурман. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике. – М.: ВШ, 2001. – 400 с.
4. Барковський В.В., Барковська Н.В., Лопатін О.К.. Теорія ймовірностей і математична статистика. – К.; ЦУЛ, 2002. – 448 с.
5. Бобик О.І., Берегова Г.І., Копитко Б.І. Теорія ймовірностей і математична статистика. – Київ.: ВД «Професіонал», 2007. – 558 с.
6. Жлуктенко В.І., Наконечний С.І. Теорія ймовірностей і математична статистика: Навч.-метод. Посібник: у 2-х ч. – К.:КНЕУ, 2000. – ч.2. – 334 с.
7. Ю.К. Рудавський та ін. Збірник задач з теорії ймовірностей. – Львів: НУ «Львівська політехніка», 2000. – 244 с.